บทที่ 5

ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

(Special theory of relativity)

5.1 บทนำ

ความสำเร็จของกฎของนิวตันและทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าในฟิสิกส์แบบดั้งเดิม ทำให้นักฟิสิกส์เข้าใจธรรมชาติมากขึ้นมาก แต่ก็มีบางปรากฏการณ์ที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยกฎของนิวตันหรือทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า ผลการทดลองมากมายไม่สามารถอธิบายได้มีจำนวนมากขึ้นเรื่อย ๆ จนในที่สุดในปลายศตวรรษที่ 19 มีการเปลี่ยนแปลงที่สะท้านวงการในโลกของฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1900 มักซ์ พลังค์ (Max Planck) ได้เสนอความคิดพื้นฐานซึ่งนำไปสู่การกำเนิดทฤษฎีควอนตัม ในปี ค.ศ. 1905 อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) ได้ให้กำเนิดทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ที่ส่งผลต่อความเข้าใจธรรมชาติของวิทยาศาสตร์อย่างลึกซึ้ง และเป็นพื้นฐานในการปฏิวัติองค์ความรู้ในกลศาสตร์แขนงต่าง ๆ ในฟิสิกส์ เช่น ฟิสิกส์อะตอม ฟิสิกส์นิวเคลียร์ และฟิสิกส์ของสสารควบแน่น การเกิดของทฤษฎีใหม่ ๆ หลายทฤษฎีสามารถนำไปใช้สำหรับอธิบายปรากฏการณ์ที่อธิบายไม่ได้ด้วยทฤษฎียุคดั้งเดิม ทฤษฎีที่สร้างขึ้นใหม่เหล่านี้รวมเรียกว่า ฟิสิกส์ยุคใหม่ โดยนักวิทยาศาสตร์ได้ศึกษาลึกลงไปถึงระดับอะตอมและนิวเคลียส และได้ทำการทดลองและศึกษาปรากฏการณ์หลายอย่าง เช่น การแผ่รังสีของวัตถุดำ ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก การเกิดเส้นสเปกตรัม การเกิดรังสีเอกซ์ เป็นต้น พบว่าปรากฏการณ์เหล่านี้ไม่สามารถใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่มาอธิบายได้ จึงได้มีการตั้งกฎเกณฑ์ใหม่ขึ้นมาเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ในระดับอะตอม ซึ่งทฤษฎีนี้เรียกว่า ทฤษฎีควอนตัม อย่างไรก็ตามแม้ว่าฟิสิกส์ที่ได้ถูกพัฒนาขึ้นในช่วงศตวรรษที่ 20 ได้นำไปสู่ความสำเร็จทางเทคโนโลยีที่สำคัญจำนวนมาก แต่เรื่องราวทั้งหมดก็ยังไม่สมบูรณ์ การค้นพบใหม่ๆ ยังคงดำเนินต่อไปอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงชีวิตของมนุษย์

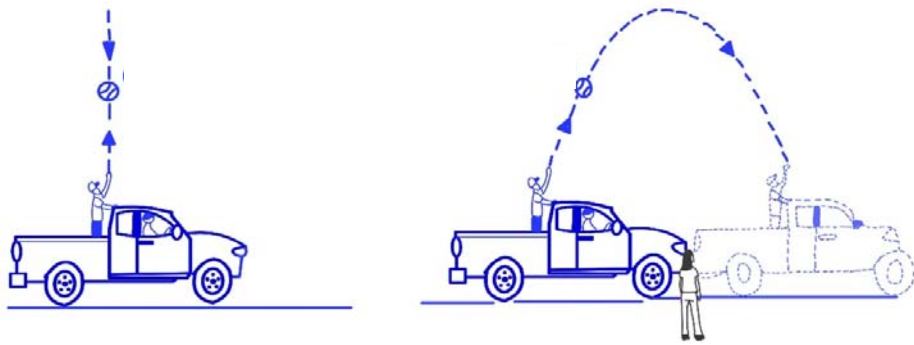
5.2 ทฤษฎีสัมพัทธภาพ (Special relativity)

สิ่งที่พบเห็นและกระบวนการสังเกตในชีวิตประจำวันของเราล้วนเกี่ยวข้องกับวัตถุซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่น้อยกว่าอัตราเร็วแสงมาก กฎของนิวตันนั้นใช้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ซึ่งใช้ได้ในสถานการณ์ต่างๆ ที่พบเห็นกันในชีวิตประจำวันเป็นอย่างดี เพราะมักจะพิจารณาวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วไม่มากนัก แต่ถ้าพิจารณาวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วที่สูงขึ้น ปรากฏว่าผลที่ได้จากกลศาสตร์นิวตันนั้นเริ่มมีความผิดพลาด เพื่อให้เห็นภาพว่าอัตราเร็ว "สูง" นั้นหมายถึงอัตราเร็วเท่าไร โดยปกติแล้วการเดินของมนุษย์มีอัตราเร็วอยู่ที่ประมาณ 1- 2 m/s ในขณะที่รถยนต์ที่วิ่งด้วยอัตราเร็ว 70 km/h คิดให้อยู่ในหน่วย SI ได้ประมาณ 20 m/s ส่วนเครื่องบินสามารถบินได้ด้วยอัตราเร็วประมาณ 150 m/s ส่วนอัตราเร็วของวัตถุที่เราต้องเริ่มคิดถึงทฤษฎีสัมพัทธภาพคือ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วแสงในสุญญากาศ นั่นคือมีค่าเท่ากับ 3×10^8 m/s ซึ่งจะเห็นได้ว่าเป็นอัตราเร็วที่ไม่สามารถพบในชีวิตประจำวันอย่างแน่นอน แล้วอะไรที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูงเข้าใกล้อัตราเร็วของแสง การที่จะทำให้วัตถุที่มีขนาดใหญ่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเข้าใกล้แสงวัตถุที่มีอัตราเร็วสูงมาก ๆ มักจะเป็นอนุภาคที่มีขนาดเล็ก อนุภาคขนาดเล็กที่คุ้นเคยกันดี เช่น อิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน ซึ่งคำว่าเล็กในที่นี้ หมายถึง การที่มีมวลน้อย (มวลของอิเล็กตรอนเท่ากับ 9.1×10^{-31} kg เป็นต้น) อันที่จริงแล้วยังมีอนุภาคขนาดเล็กอื่น ๆ อีกมากมาย และอนุภาคทั้งหลายมีสถานการณ์เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเข้าใกล้แสง ดังนั้นการวิเคราะห์ระบบทีเกี่ยวข้องกับอนุภาคเหล่านี้จึงต้องใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพเสมอ ซึ่งแขนงหนึ่งของวิชาฟิสิกส์ยุคใหม่ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาอนุภาคเล็ก ๆ ทั้งหลายคือ สาขาฟิสิกส์อนุภาค ทฤษฎีสัมพัทธภาพ นอกจากจะอธิบายพฤติกรรมของอนุภาคที่มีอัตราเร็วสูงแล้วยังอธิบายการเชื่อมโยงกันระหว่างปริภูมิ และเวลาด้วย ในกลศาสตร์แบบดั้งเดิมการเดินของเวลาไม่มีความเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุแต่อย่างใด แต่ในทฤษฎีสัมพัทธภาพ เวลามีความเชื่อมโยงกับการเคลื่อนที่ของวัตถุเสมอ

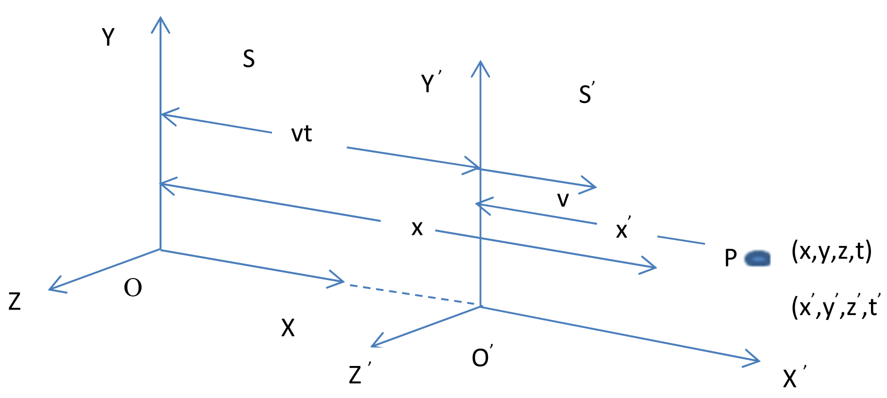
5.2.1 หลักการสัมพัทธภาพแบบกาลิเลียน

ตามกฎข้อหนึ่งของนิวตัน ที่กล่าวว่า ระบบใด ๆ หากอยู่นิ่ง ระบบจะยังคงพยายามรักษาสภาพอยู่นิ่งเช่นนั้นต่อไป หรือหากระบบที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ก็จะยังคงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ตราบเท่าที่ไม่มีแรงภายนอกใด ๆ มากระทำต่อระบบ ระบบที่เป็นไปตามกฎของความเฉื่อยนี้ เรียกว่า กรอบอ้างอิงเฉื่อย เป็นกรอบอ้างอิงหนึ่งซึ่งวัตถุที่ถูกสังเกตจะไม่มีความเร่งเมื่อไม่มีแรงมากระทำต่อวัตถุนั้น และกรอบอ้างอิงใดๆ ที่มีความเร็วคงที่เทียบกับกรอบอ้างอิงเฉื่อยจะเป็นกรอบอ้างอิงเฉื่อยไปด้วย โดยกฎในทางกลศาสตร์ต้องเหมือนกันในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย ซึ่งเรียกว่า หลักการสัมพัทธภาพแบบกาลิเลียน โดยกฎทางกลศาสตร์ต้องเหมือนกันในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย ดังตัวอย่างภาพที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 ผู้สังเกตสองคนมองเส้นทางของการโยนลูกบอลและได้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน

สำหรับระบบบนพื้นโลก อาจพิจารณาได้ว่าเป็นกรอบอ้างอิงเฉื่อย โดยที่ไม่คำนึงถึงความเร่งที่อาจมีค่าเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับโลกซึ่งเป็นผลจากการเคลื่อนที่เนื่องจากการหมุน และการเคลื่อนที่ในวงโคจรของโลก ในฐานะที่เป็นระบบอ้างอิงเฉื่อย สมมติว่ามีปรากฏการณ์ทางกายภาพบางอย่าง ซึ่งจะเรียกว่า เหตุการณ์ เกิดขึ้น และถูกสังเกตโดยผู้สังเกตที่หยุดนิ่งในกรอบอ้างอิงเฉื่อย คำว่า ในกรอบ หมายความว่า ผู้สังเกตอยู่นิ่งเทียบกับจุดกำเนิดของกรอบนั้น ตำแหน่งของเหตุการณ์และเวลาของการเกิดขึ้นสามารถระบุได้ด้วยระบบสี่พิกัด (x,y,z,t) สามารถแปลงพิกัดเหล่านี้จากพิกัดของผู้สังเกตในกรอบเฉื่อยหนึ่งไปเป็นพิกัดของผู้สังเกตอีกคนที่อยู่ในกรอบที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์สม่ำเสมอเมื่อเทียบกับกรอบแรก ให้ระบบพิกัดอันหนึ่งเป็น XYZ อยู่ในระบบอ้างอิงเฉื่อย S และอีกระบบพิกัดอีกอันหนึ่งเป็น $x'y'z'$อยู่ในระบบอ้างอิง S′ ซึ่งเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับระบบ S ด้วยความเร็ว v ตามแกน xx′ ดังภาพที่ 5.2



ภาพที่ 5.2 เหตุการณ์เกิดที่จุด P ถูกเห็นโดยผู้สังเกตสองคน ในกรอบ S และ S′

จุดกำเนิดของกรอบอ้างอิงเฉื่อยทั้งสองทับกันที่เวลา $t = t' = 0$ โดยเหตุการณ์อยู่ที่จุด P ในกรอบอ้างอิงเฉื่อย S มีพิกัด (x, y, z, t) และ S' คือ (x', y', z', t') ตามลำดับ โดย S' เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v สัมพันธ์กับ S

$$x' = x - vt \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = t \tag{5-1}$$

สมการข้างต้น เรียกว่า สมการการแปลงปริภูมิ-เวลาแบบกาลิเลียน

ถ้าทำการหาอนุพันธ์ของสมการข้างต้นเทียบกับเวลา และสมมติว่า d/dt เหมือนกับ d/dt' จะได้สมการการแปลงความเร็วดังนี้

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v \qquad \text{หรือ} \qquad u'_x = u_x - v \tag{5-2}$$

เมื่อ u_x และ u'_x เป็นองค์ประกอบของความเร็วในแนวแกน x ของอนุภาคที่วัดโดยผู้สังเกตใน S และ S' ตามลำดับ สมการที่ (5-2) คือ สมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลียน

5.2.2 อัตราเร็วของแสง

จากสมการของแมกซ์เวลล์ในบทที่ 4 แสดงให้เห็นว่า อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศมีค่าเป็น 3×10^{8} m/s ในช่วงปลายทศวรรษที่ 1800 มีความคิดว่าคลื่นแสงเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางที่เรียกว่า อีเทอร์ (ether) และอัตราเร็วของแสงจะเท่ากับ c เฉพาะในกรอบอีเทอร์สัมบูรณ์ นั่นคือ ถ้าแสงเคลื่อนที่ในแนวแกน x และผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในแนวแกน x ผู้สังเกตนั้นจะวัดอัตราเร็วของแสง ได้เป็น $c \pm v$ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทิศการเคลื่อนที่ของผู้สังเกตและของแสง เนื่องจากการกรอบอีเทอร์สัมบูรณ์ตามแนวคิดเดิมจะแสดงว่าแสงมีสมบัติเหมือนกับคลื่นแบบดั้งเดิมอื่นๆ และแสดงว่าแนวความคิดแบบกลศาสตร์แบบดั้งเดิมในเรื่องกรอบสัมบูรณ์นั้นเป็นจริง จึงได้มีการเพิ่มแนวความคิดที่สำคัญแนวความคิดหนึ่งเข้าไปเพื่อประกอบการพิจารณาถึงการมีอยู่ของกรอบอีเทอร์ให้เป็นที่ยอมรับในช่วงก่อนปลายศตวรรษ 1800 การทดลองเกี่ยวกับการเดินทางของแสงในตัวกลางที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสูงสุดที่ทำได้ในห้องปฏิบัติการภายในช่วงเวลานั้นไม่สามารถตรวจจับความแตกต่างที่มีขนาดน้อยๆในช่วง c ถึง $c \pm v$ ได้ จนกระทั่งมีการเริ่มต้นในปี ค.ศ. 1880

นักวิทยาศาสตร์ตัดสินใจที่จะใช้โลกเป็นกรอบอ้างอิงเคลื่อนที่ โดยพยายามที่จะเพิ่มโอกาสการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในอัตราเร็วของแสง

หลักการสัมพัทธภาพแบบกาลิเลียนใช้ได้กับเฉพาะกฎทางกลศาสตร์ แต่มีความขัดแย้งกับกฎทางไฟฟ้าและแม่เหล็กนั้นที่กำหนดว่าในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย อัตราเร็วของแสงจะมีค่าคงที่เท่ากับ $3 \times 10^8\ \mathrm{m}/s$ ผลลัพธ์นี้ขัดแย้งกับสิ่งที่คาดการณ์จากสมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลียน จากสัมพัทธภาพแบบกาลิเลียนที่ว่าอัตราเร็วของแสงไม่ควรที่จะคงที่ในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย เพื่อการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงได้สรุปออกมาเป็น 2 กรณี คือ กฎของไฟฟ้าและแม่เหล็กนั้นไม่เหมือนเดิมในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย หรือ สมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลเลียนนั้นไม่ถูกต้อง ถ้าเราสมมติตามกรณีแรก กรอบอ้างอิงที่ถูกเสนอให้อัตราเร็วของแสงมีค่าเท่ากับ c ต้องมีอยู่จริง และอัตราเร็วจากการวัดจะต้องมีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าค่านี้ในกรอบอ้างอิงอื่น ๆ ซึ่งเป็นผลมาจากสมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลียน ถ้าพิจารณาตามกรณีที่สอง จะทำให้ไม่ต้องพิจารณาเรื่องเวลาสมบูรณ์และความยาวสมบูรณ์ ซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของสมการการแปลงปริภูมิ-เวลาแบบกาลิเลียน

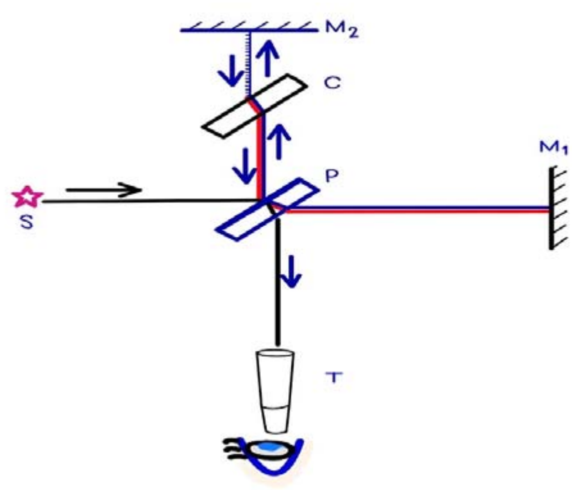
5.2.3 การหากรอบอ้างอิงสัมบูรณ์

ในปี ค.ศ.1860 แมกซ์เวลล์ ได้เสนอทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งสรุปเกี่ยวกับกฎต่าง ๆ ทั้งหมดของไฟฟ้าและแม่เหล็กซึ่งเรียกว่า สมการของแมกซ์เวลล์ ทฤษฎีของเขาได้ทำนายถึงการที่มีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ไปในอวกาศด้วยความเร็วเท่ากับความเร็วแสง ต่อมาในปี ค.ศ. 1888 เฮิรทซ์ ได้ทำการทดลองสร้างคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าขึ้นได้ในห้องปฏิบัติการ จากความสำเร็จนี้ทั้งการทดลองและการคำนวณทางทฤษฎี แสดงให้เห็นว่าแสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวาง จากทฤษฎีของแมกซ์เวลล์ซึ่งการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าไม่จำเป็นต้องมีตัวกลางในการเคลื่อนที่ อย่างไรก็ตามปรากฏการณ์อื่น ๆของคลื่นในเชิงกลศาสตร์ คลื่นยังต้องอาศัยตัวกลางในการเคลื่อนที่ นักฟิสิกส์จึงคิดว่าควรมีการกำหนดตัวกลางเพื่อช่วยในการเคลื่อนที่ของแสงและคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอื่น ๆ โดยตั้งชื่อตัวกลางนี้ว่า อีเทอร์ (ether) โดยสมมติว่าอีเทอร์มีอยู่ทั่วไปในอวกาศ และมีคุณสมบัติต่างๆ เช่น ต้องโปร่งใส ไม่มีมวล ดังนั้นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจึงสามารถเดินทางผ่านสูญญากาศได้ นอกจากนี้ต้องมีความยืดหยุ่นเพื่อรับการสั่นของการเคลื่อนที่ของคลื่น สมมติว่า

อีเทอร์หยุดนิ่งเมื่อเทียบกับวัตถุอื่นที่เคลื่อนที่ผ่านมัน ซึ่งเรียกว่า กรอบอีเทอร์ หรือกรอบอ้างอิงสัมบูรณ์ ความเร็วของแสงในกรอบอีเทอร์จะมีค่าเท่ากับความเร็วของแสงเสมอ

5.3 การทดลองของไมเคิลสันกับมอร์เลย์ (Michelson-Morley Experiment)

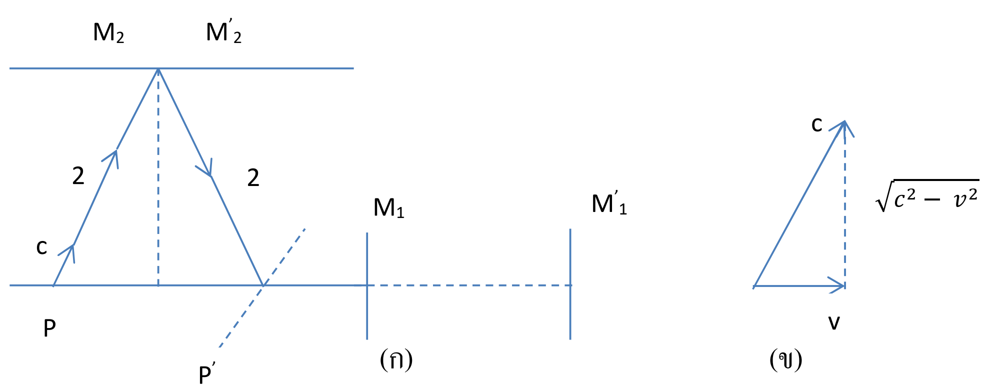
จากการศึกษาจะสามารถยืนยันได้ว่ากรอบอ้างอิงสัมบูรณ์ หรือกรอบอีเทอร์มีจริง ก็ต่อเมื่อสามารถวัดความเร็วสัมบูรณ์ของโลกสัมพัทธ์กับกรอบอ้างอิงอีเทอร์ได้ ในปี ค.ศ.1887 ไมเคิลสันกับมอร์เลย์ได้ทำการทดลองเพื่อหากรอบอ้างอิงอีเทอร์นี้ เขาสมมติว่าอีเทอร์อยู่นิ่ง แสงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 3×10^{8} เมตร/วินาที สัมพัทธ์กับอีเทอร์ และได้สมมติอีกว่าความเร็วสัมบูรณ์ของโลกสัมพัทธ์กับอีเทอร์ได้เมื่อใช้สัญญาณแสง สำหรับเครื่องมือที่เขาใช้ทดลองต้องมีความไวมากเพราะความเร็วในวงโคจรของโลก $v = 3\times10^{4}$ เมตร/วินาที มีค่าเพียง 10^{-4} เท่าของอัตราเร็วแสง ดังภาพที่ 5.3 แสดงการจัดเครื่องมือการทดลองลำแสงสีเดียวความยาวคลื่น λ จากแหล่งกำเนิดแสง S หลังจากผ่านเลนซ์ L ตกกระทบบนกระจก P (ซึ่งฉาบด้วยเงินไว้ครึ่งหนึ่ง) จะแยกลำแสงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งทะลุผ่านเข้าไป คือลำแสงที่ 1 อีกส่วนเกิดการสะท้อน คือลำแสงที่ 2 ลำแสงเหล่านี้หลังจากสะท้อนกระจกเงา M_1 และ M_2 ตามลำดับ จะกลับมายังกระจก P อีกครั้ง แล้วลำแสงที่ 2 ทะลุผ่านกระจก P ไปยังกล้อง T ส่วนลำแสงที่ 1 จะสะท้อนกระจก P ไปยังกล้อง T ลำแสงที่ 2 ผ่านกระจก P สามครั้ง ขณะที่ลำแสงที่ 1 ผ่านเพียงครั้งเดียว ดังนั้นเพื่อให้ทางเดินของลำแสงทั้งสองเท่ากัน จึงวางกระจก C ในทางเดินของลำแสงที่ 1



ภาพที่ 5.3 แสดงการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์

ถ้าทางเดินของลำแสงทั้งสองมาถึงที่ตาพร้อมๆ กัน จะเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกันทำให้เกิดแถบสว่างขึ้น แต่เนื่องจากมีกระแสอีเทอร์จึงเป็นผลให้ลำแสงทั้งสองใช้เวลามาถึงตาต่างกัน ดังนั้นจึงเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน ซึ่งในการทดลองจริงๆ นั้นไม่สามารถจัดให้กระจกเงา M_1 และ M_2 ตั้งฉากกับอย่างสมบูรณ์เป็นเหตุให้ริ้วการแทรกสอดมีลักษณะเป็นแถบมืดสว่างสลับกัน ถ้าทางเดินของแสงเปลี่ยนไปจะทำให้แถบแสงเลื่อนไปจากตำแหน่งเดิม ด้วยเหตุนี้เครื่องมือทดลองที่อยู่นิ่งกับที่จึงไม่สามารถบอกอะไรได้ ดังนั้นในการทดลองจึงต้องหมุนเครื่องมือทดลองไป 90° เป็นผลให้ลำแสงทั้งสองสลับตำแหน่งกันสัมพัทธ์กับกระแสอีเทอร์ จึงคาดคะเนได้ว่าแถบการแทรกสอดต้องเลื่อนตำแหน่งไป สมมติว่าโลกเคลื่อนที่ไปทางขวา ด้วยความเร็ว **v** สัมพัทธ์กับอีเทอร์ จัดเครื่องมือให้ $PM_1 = PM_2 = L$ และให้ PM_1 ขนานกับ **v** ใช้การแปลงแบบกาลิเลียน ความเร็วของสัญญาณแสงจาก P ไปยัง M_1 คือ $c - v$ ขณะที่จาก M_1 ไปยัง P หลังจากสะท้อนกระจกเงา M_1 มีความเร็วเป็น $c + v$ ให้ t_1 เป็นเวลาที่แสงใช้เดินทางจาก P ไป M_1 และจาก M_1 มายัง P จะได้

$$
\begin{aligned}
t_1 &= \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} \\
&= \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \\
&= \frac{2L}{c} \Big/ \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)
\end{aligned}
$$



ภาพที่ 5.4 (ก) ทางเดินของลำแสงที่ 2 ขณะที่เครื่องวัดการแทรกสอนเคลื่อนที่ขนานกับ PM_1 (ข) แสดงเวกเตอร์ความเร็วลัพธ์ของ c และ v

ลำแสงที่ 2 มีแนวทางเดินดังภาพที่ 5.4 (ก) องค์ประกอบของความเร็วแสงที่ตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของเครื่องวัดการแทรกสอด หาได้จากการรวมเวกเตอร์ในภาพ (ข) ซึ่งได้ค่าเป็น $\sqrt{c^2 - v^2}$ ดังนั้นเวลา t_2 สำหรับลำแสงที่ 2 ใช้เดินทางจาก PM_2P คือ

$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$= \frac{2L}{c} / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

ช่วงเวลาซึ่งลำแสงที่ 1 แตกต่างจากลำแสงที่ 2 คือ

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$= \frac{2L}{c}\left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\right]$$

เนื่องจาก $\frac{v^2}{c^2}$ มีค่าน้อยมาก เราสามารถกระจายเทอมในวงเล็บของสมการข้างต้น และใช้เฉพาะ 2 เทอมแรก จะได้

$$\Delta t = \frac{2L}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2} \ldots.\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \ldots \ldots.\right)\right]$$

$$\approx \frac{2L}{c}\left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Delta t \approx \frac{Lv^2}{c^3} \qquad (5\text{-}3)$$

ถ้าหมุนเครื่องวัดการแทรกสอดไปเป็นมุม 90 องศา จะได้ว่าความแตกต่างของช่วงเวลาของลำแสงทั้งสองเท่ากับ $2\Delta t$ ดังนั้นจำนวน ΔN ของริ้วการแทรกสอดที่เลื่อนไปจากตำแหน่งเดิมเมื่อหมุนเครื่องวัดการแทรกสอด คือ

$$\Delta N = \frac{\text{ความแตกต่างของทางเดินแสง}}{\text{ความยาวคลื่น}}$$

$$= \frac{2\Delta tc}{\lambda}$$

แทนค่า Δt จากสมการ (5-3) จะได้

$$\Delta N = \frac{2Lv^2}{\lambda c^2} \qquad (5\text{-}4)$$

ในการทดลอง ไมเคิลสันและมอร์เรย์สะท้อนลำแสงที่ 1 และ 2 กลับไปกลับมาหลายครั้ง จนกระทั่งได้ทางเดินของแสงประมาณ 10 เมตร ใช้แหล่งกำเนิดแสงที่มีความยาวคลื่น 500 อังสตรอม เมื่อแทนค่าดังกล่าวในสมการ(5-4) ดังนั้นคาดว่าแถบแสงจะเลื่อนไป ΔN เท่ากับ 0.4

เครื่องมือของไมเคิลสันและมอร์ลีย์ใช้ตรวจจับการเลื่อนของริ้วที่เล็กขนาด 0.01 ได้ แต่ไม่สามารถตรวจจับการเลื่อนใดๆในรูปแบบของริ้วได้เลย จึงสรุปว่าเคลื่อนที่ของโลกเมื่อเทียบกับอีเทอร์สมมติไม่สามารถตรวจพบได้ จากการทดลองทำให้ทราบถึงความเป็นไปไม่ได้ที่จะวัดอัตราเร็วของอีเทอร์เมื่อเทียบกับโลก และความล้มเหลวของสมการการแปลงความเร็วแบบกาลิเลียนเมื่อนำไปใช้กับกรณีของแสง เพื่อแก้ปัญหาสำหรับข้อขัดแย้งในทฤษฎีเหล่านี้ ไอน์สไตน์ได้เสนอทฤษฎีขึ้น เขาได้วางรากฐาน ทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษขึ้นบนสมมติฐานสองข้อ

1) หลักของสัมพัทธภาพ : กฎทางฟิสิกส์จะต้องเหมือนเดิมในทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย

2) ความคงที่ของอัตราเร็วของแสง : อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศมีค่าคงที่เท่ากับ 3×10^8 m/s ในทุกๆกรอบอ้างอิงเฉื่อย ไม่ว่าอัตราเร็วของผู้สังเกตหรืออัตราเร็วของแหล่งกำเนิดที่ปลดปล่อยแสงจะเป็นเท่าใด

ผลสืบเนื่องจากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ จะพิจารณาเฉพาะแนวคิดเรื่องความพร้อมกัน เรื่องช่วงเวลา และเรื่องความยาว

5.4 การยืดของเวลา (Time Dilation)

ช่วงเวลามีลักษณะเช่นเดียวกับช่วงความยาว คือไม่ใช่ปริมาณที่สัมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น พิจารณาเหตุการณ์ต่างกันสองเหตุการณ์ ช่วงเวลาระหว่างเหตุการณ์ทั้งสองถูกบันทึกด้วยนาฬิกาสองเรือนในระบบอินเนอร์เชียล S และ S` แต่นาฬิกาทั้งสองถูกสังเกตจากระบบ S จากสมการ (5-3)

$$t_1 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_2 = \frac{t_1' + (v/c^2)x_2'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + (v/c^2)(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

ตามสมการข้างต้น ผู้สังเกตในระบบ S มองดูนาฬิกาของ S' ซึ่งต้องอยู่นิ่งระหว่างการสังเกต อ่านช่วงเวลาของ $t'_2 - t'_1 = T_0$ เป็นช่วงเวลาระหว่างเหตุการณ์ทั้งสองที่ถูกบันทึกโดยผู้สังเกตใน S' ซึ่งอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับนาฬิกาของตัวเอง และ $t_2 - t_1 = T$ เป็นช่วงเวลาที่ถูกบันทึกโดยผู้สังเกตใน S ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว –v สัมพัทธ์กับ S' และนาฬิกาใน S' ซึ่งเราจะได้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma T_0 \qquad (5\text{-}5)$$

เนื่องจาก $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ มีค่ามากกว่าหนึ่งเสมอ จะได้ช่วงเวลา T ยาวกว่า T_0 ดังนั้นจะปรากฏแก่ผู้สังเกตใน S ว่า นาฬิกาของ S' คล้ายกับเดินช้ากว่าเมื่อเทียบกับนาฬิกาของตัวเอง ลักษณะเช่นนี้เกิดกลับกันได้ กล่าวคือ เมื่อผู้สังเกตใน S' มองนาฬิกาใน S จะปรากฏว่าเดินช้ากว่าเมื่อเทียบกับนาฬิกาของตัวเอง ดังนั้นนาฬิกาจะปรากฏว่าเดินเร็วที่สุดเมื่อมันหยุดนิ่งสัมพัทธ์กับผู้สังเกต และปรากฏว่าเดินช้าลงด้วยแฟกเตอร์ $\sqrt{1-\beta^2}$ เมื่อนาฬิกานี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v สัมพัทธ์กับผู้สังเกตช่วงเวลาที่วัดในกรอบอ้างอิงที่นาฬิกาหยุดนิ่ง คือ T_0 เรียกว่า การยืดของเวลา (time dilation) ตัวอย่างที่น่าสนใจเกี่ยวกับการยืดของเวลาเป็นการสังเกตการณ์จาก มิวออน ซึ่งเป็นอนุภาคมูลฐานที่ไม่เสถียร มีประจุเท่ากับประจุของอิเล็กตรอนและมีมวลเป็น 207 เท่าของมวลอิเล็กตรอน มิวออนเกิดขึ้นจากการชนกันของรังสีคอสมิกกับอะตอมที่อยู่สูงขึ้นไปในชั้นบรรยากาศ มิวออนที่มีความเร็วต่ำในห้องปฏิบัติการมีช่วงชีวิตที่ถูกวัดในลักษณะของช่วงเวลาที่ควรจะเป็น ประมาณ $T_0 = 2.2\ \mu s$ ถ้าใช้ค่านี้เป็นค่าเฉลี่ยของช่วงชีวิตของมิวออนอนุภาคหนึ่ง และสมมติว่ามิวออนที่เกิดจากรังสีคอสมิกมีอัตราเร็วเข้าใกล้กับอัตราเร็วของแสง จะพบว่าอนุภาคเหล่านี้สามารถเคลื่อนที่เป็นระยะทางโดยประมาณเท่ากับ $(3 \times 10^8 m/s)(2.2 \times 10^{-6} s) \approx 6.6 \times 10^2$ m ก่อนที่เหล่าอนุภาคจะสลายตัว ดังนั้นอนุภาคเหล่านี้จะดูเหมือนว่าไม่สามารถมาถึงพื้นผิวโลกจากระดับสูงในชั้นบรรยากาศที่อนุภาคเหล่านี้เกิดขึ้นได้ อย่างไรก็ตามจากการทดลองหลายๆ ครั้งแสดงว่ามิวออนจำนวนมากสามารถมาถึงพื้นผิวโลกได้ ปรากฏการณ์ของการยืดของเวลาสามารถอธิบายเหตุการณ์นี้ได้ หากวัดโดยผู้สังเกตบนโลก มิวออนจะมีเวลาที่ถูกยืดออกไปเท่ากับ γT_0 ตัวอย่างเช่น ที่อัตราเร็ว 0.99c, $\gamma \approx 7.1$ และ $\gamma T_0 \approx 16\ \mu s$ ดังนั้นระยะทางเฉลี่ยที่มิวออนสามารถเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลาที่วัดได้

จากผู้สังเกตที่อยู่บนโลกจะมีค่าประมาณ $(0.99)(3\times10^{8}\mathrm{m/s})(16\times10^{-6}\mathrm{s})\approx 4.8\times10^{3}\ \mathrm{m}$ ในปี ค.ศ. 1976 ในห้องปฏิบัติการขององค์กรวิจัยนิวเคลียร์ยุโรป ในกรุงเจนีวา มิวออนถูกยิงเข้าไปในวงแหวนกักเก็บขนาดใหญ่วงหนึ่งด้วยอัตราเร็วประมาณ 0.9994c อิเล็กตรอนที่เกิดจากการสลายตัวของมิวออนถูกตรวจจับโดยส่วนตรวจจับที่อยู่รอบ ๆ วงแหวนนี้ทำให้นักวิทยาศาสตร์สามารถวัดค่าอัตราการสลายตัวและค่าช่วงชีวิตของมิวออนได้ ค่าช่วงชีวิตของมิวออนที่เคลื่อนที่ถูกวัดว่ามีค่าโดยประมาณเท่ากับ 30 เท่าของค่าช่วงชีวิตของมิวออนที่อยู่กับที่ซึ่งสอดคล้องกับคำทำนายด้วยสัมพัทธภาพ โดยมีค่าสองส่วนในหนึ่งพันส่วน

ตัวอย่างที่ 5.1 สมชายขับรถด้วยอัตราเร็ว 30 m/s จากนั้นภรรยาของเขาซึ่งกำลังรออยู่ที่ปลายทางคาดว่าสมชายจะใช้เวลา 5 h ก็จะมาถึง แต่สมชายไปถึงช้ากว่ากำหนด สมชายแก้ตัวว่านาฬิกาของเขาบันทึกเวลาเดินทางที่ 5 h แต่เขาขับรถเร็วดังนั้นนาฬิกาของเขาถึงเดินช้ากว่านาฬิกาของภรรยา ถ้านาฬิกาของสมชายระบุว่าการเดินทางใช้เวลา 5 h จริงๆ เวลาของนาฬิกาภรรยาซึ่งอยู่นิ่งบนโลกจะผ่านไปนานแค่ไหน

วิธีทำ ในที่นี่ผู้สังเกตคือ ภรรยาของสมชาย ที่กำลังอยู่นิ่งบนโลก นาฬิกาในรถของสมชายเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 30 m/s เทียบกับภรรยาของเขา ซึ่งจากสถานการณ์จะเห็นว่านาฬิกาที่เคลื่อนที่จะเดินช้ากว่านาฬิกาที่หยุดนิ่ง จึงจัดว่ามีความเกี่ยวข้องกับการยืดของเวลา ช่วงเวลาที่ควรจะเป็นที่วัดในกรอบหยุดนิ่งของรถ คือ 5 h

จาก $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ จะได้ว่า

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(3\times\frac{10^{1}m}{s}\right)^2}{\left(3\times\frac{10^{8}m}{s}\right)^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-10^{-14}}}$$

$$\gamma = (1-10^{-14})^{-\frac{1}{2}}$$

$$\approx 1+\frac{1}{2}(10^{-14})$$

$$= 1+5\times10^{-15}$$

$$\Delta t = \gamma T_0$$

$$= (1 + 5 \times 10^{-15})(5h)$$

$$= 5\,h + 2.5 \times 10^{-14}\,h$$

$$= 5\,h + 0.09\,ns$$

คำตอบ ดังนั้น นาฬิกาของภรรยาจะเดินนำหน้านาฬิกาของสมชายในรถเพียง 0.09 ns

ตัวอย่างที่ 5.2 คาบเพนดูลัมถูกวัดได้เป็น 3 วินาที ในกรอบอ้างอิงของเพนดูลัมนั้น เมื่อวัดคาบโดยผู้สังเกตที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.96 เท่าของอัตราเร็วแสง สัมพัทธ์กับเพนดูลัม จะมีคาบเป็นเท่าใด

วิธีทำ จาก

$$\Delta t = \gamma T_0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.96c)^2}{c^2}}} T_0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - 0.9216}}(3\,s)$$

$$= (3.57)(3) = 10.7\,s$$

คำตอบ เพนดูลัมที่เคลื่อนที่จะเคลื่อนที่นานกว่าเพื่อให้ได้หนึ่งคาบ เมื่อเทียบกับเพนดูลัมที่หยุดนิ่ง คาบเวลาจะเพิ่มขึ้นจำนวนเท่าของ 3.57

5.5 การหดสั้นของความยาว (Length contraction)

พิจารณาผู้สังเกตสองคนที่อยู่นิ่งในกรอบอ้างอิงเฉื่อย S และ S' ผู้สังเกตใน S' มีไม้เมตรความยาว L_0 วางขนานกับแกน x' กล่าวคือ $L_0 = x_2' - x_1'$ ซึ่งยาวเท่ากันทั้งในกรอบ S และ S' เมื่อผู้สังเกตทั้งสองหยุดนิ่งสัมพัทธ์กัน สมมติว่ากรอบอ้างอิง S' เริ่มเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ตามแกน XX' สำหรับผู้สังเกตใน S' นั้นยังคงเห็นความยาวของไม้เมตรเป็น L_0 แต่สำหรับผู้สังเกตใน S ความยาวของไม้เมตรเป็น $L = x_2 - x_1$ เราแปลง x_1 และ x_2 โดยใช้การแปลงโคออร์ดิเนตแบบลอเรนตซ์ได้เป็น

$$x_2' = \gamma(x_2 - vt_2)$$

$$x_1' = \gamma(x_1 - vt_1)$$

นำสมการข้างต้นลบกัน จะได้

$$x_2' - x_1' = \gamma[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]$$

เนื่องจากผู้สังเกตใน S ต้องวัดปลายไม้เมตรทั้งสองพร้อมๆ กัน หมายความว่า $t_1 = t_2$ สมการข้างต้นจะกลายเป็น

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{\gamma}(x_2' - x_1')$$

เมื่อ $x_2' - x_1' = L_0 \; 1/\gamma = \sqrt{1-\beta^2}$ และ $x_2 - x_1 = L$

เป็นความยาวของไม้เมตรที่วัดโดยผู้สังเกตใน S แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการข้างต้น จะได้

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1-\beta^2} \qquad (5\text{-}6)$$

ปริมาณ $\sqrt{1-\beta^2}$ น้อยกว่า 1 เสมอ (และ $\gamma > 1$) ด้วยเหตุนี้ ความยาว L ต้องน้อยกว่า L_0 กล่าวคือ สำหรับผู้สังเกตใน S จะมองดูเหมือนกับว่าไม้เมตรหดสั้นลง ปรากฏการณ์ในลักษณะเช่นนี้กลับกันได้เช่น ถ้า S มีไม้เมตรยาว L_0 ขณะที่ S' เคลื่อนที่ และสังเกตไม้เมตร จะปรากฏว่ายาว $L_0\sqrt{1-\beta^2}$ (คือหดสั้นลง)

ดังนั้นสรุปได้ว่า การวัดความยาวของวัตถุมีค่ามากที่สุด เมื่อวัตถุนั้นหยุดนิ่งสัมพัทธ์กับผู้สังเกตและจะปรากฏว่าหดสั้นลงด้วยแฟกเตอร์ $\sqrt{1-\beta^2}$ กับผู้สังเกตที่เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับวัตถุ ตัวอย่างเดิมคือเรื่องของมิวออน ที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเข้าใกล้กับอัตราเร็วแสงผู้สังเกตที่อยู่ในกรอบอ้างอิงของมิวออนเป็นผู้วัดช่วงชีวิตที่ควรจะเป็น ขณะที่ผู้สังเกตที่อยู่บนโลกเป็นผู้วัดความยาวที่ควรจะเป็น ในกรอบอ้างอิงของมิวออน ไม่มีการยืดของเวลา แต่ระยะทางของการเดินทางเข้าสู่ผิวโลกนั้นสั้นกว่าเมื่อทำการวัดในกรอบอ้างอิงนี้ เช่นเดียวกับกรอบอ้างอิงของผู้สังเกตที่อยู่บนโลกมีการยืดของเวลา แต่ระยะทางของการเดินทางที่วัดได้คือ ความยาวที่ควรจะเป็น ด้วยเหตุนี้ เมื่อทำการคำนวณเกี่ยวกับมิวออนโดยใช้กรอบอ้างอิงทั้งสอง ผลลัพธ์ของการทดลองในกรอบอ้างอิงหนึ่งจะเหมือนกับผลลัพธ์ของการทดลองในอีกกรอบหนึ่ง ซึ่งก็คือ มิวออนตกถึงผิวโลกมากกว่าที่ทำนายไว้โดยไม่มีปรากฏการณ์สัมพัทธ์

ตัวอย่างที่ 5.3 สมมตินักวิ่งวิบากเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.75c แบบวัตถุในแนวราบยาว 15 m ไปยังสถานที่เป้าหมายซึ่งยาว 10 m เป้าหมายมีประตูหน้าและประตูหลังที่เปิดในตอนเริ่มต้น ผู้สังเกตคนหนึ่งบนพื้นดินสามารถปิดและเปิดประตูทั้งสองบานได้ทันที และพร้อมกันด้วยรีโมทคอนโทรล เมื่อนักวิ่งและวัตถุอยู่ในสถานที่เป้าหมาย ผู้สังเกตบนพื้นดินปิดประตูและหลังจากนั้นจึงเปิดประตูทั้งสองบาน เพื่อว่านักวิ่งที่แบกวัตถุจะถูกกักไว้ในสถานที่เป้าหมายชั่วขณะหนึ่งและจากนั้นจึงค่อยปล่อยให้ออกทางประตูหลัง ทั้งนักวิ่งและผู้สังเกตบนพื้นดินจะเห็นพ้องกันหรือไม่ว่านักวิ่งจะผ่านสถานที่เป้าหมายไปได้อย่างปลอดภัย

วิธีทำ วัตถุที่นักวิ่งแบกนั้นอยู่ในสภาวะเคลื่อนที่เมื่อเทียบกับผู้สังเกตบนพื้นดิน เพื่อให้ผู้สังเกตวัดความยาวของวัตถุได้สั้นลง ขณะที่สถานที่เป้าหมายที่หยุดอยู่กับที่มีความยาวที่ควรจะเป็น 10 m ซึ่งจัดตัวอย่างนี้เป็นเรื่อง การหดสั้นของความยาว หาความยาวที่หดลงของวัตถุตามที่ผู้สังเกตบนพื้นดินเห็น

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = (15\mathrm{m})\sqrt{1-(0.75)^2} = 9.9\ \mathrm{m}$$

ดังนั้นผู้สังเกตบนพื้นดินจะวัดเสาได้สั้นกว่าความจริงเล็กน้อย และไม่เป็นปัญหาในการกักนักวิ่งไว้ในสถานที่เป้าหมายในชั่วขณะหนึ่ง โดยเราเรียกเหตุการณ์แบบนี้ว่า พาราดอกซ์ หาความยาวที่หดลงของสถานที่เป้าหมายจากมุมมองผู้ที่กำลังวิ่ง

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = (10\mathrm{m})\sqrt{1-(0.75)^2} = 6.6\ \mathrm{m}$$

<u>คำตอบ</u> หาความยาวที่หดลงของสถานที่เป้าหมายจากมุมมองผู้ที่กำลังวิ่งได้ 6.6 เมตร

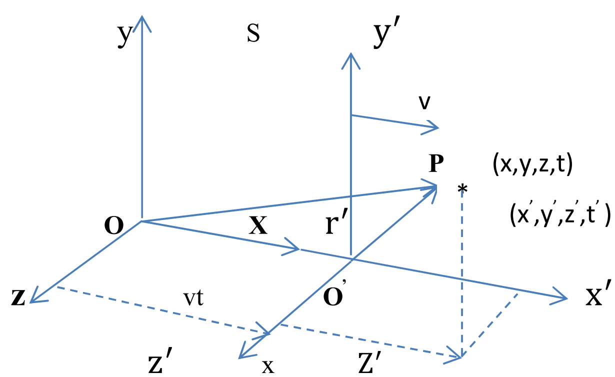
5.6 ความเป็นเวลาเดียวกัน (Simultaneity)

ในกลศาสตร์นิวตัน เวลาสมมติว่าเป็นปริมาณสัมบูรณ์ กล่าวคือ $t = t'$ ดังนั้นสเกลของเวลาเดียวกันใช้ได้กับกรอบอ้างอิงเฉื่อยทั้งหมด เมื่อเรากล่าวว่า เหตุการณ์ A และ B เกิดขึ้นพร้อมกัน หมายความว่าเหตุการณ์ทั้งสองนี้เกิดขึ้นที่เวลาเดียวกัน โดยไม่คำนึงถึงกรอบอ้างอิงใดๆ เพราะเหตุการณ์เหล่านี้พิจารณาว่าเป็นเวลาเดียวกัน ซึ่งเป็นจริงเฉพาะในกลศาสตร์แบบดั้งเดิมสำหรับการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำ ๆ อย่างไรก็ตามในสัมพัทธภาพ ความยาวและเวลาไม่เป็นปริมาณสัมบูรณ์

เหตุการณ์หนึ่งที่เป็นเวลาเดียวกันกับผู้สังเกตในระบบอ้างอิงเฉื่อยหนึ่ง ไม่จำเป็นต้องเป็นเวลาเดียวกันกับผู้สังเกตในระบบอ้างอิงเฉื่อยอื่น ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่สัมพัทธ์กับระบบแรก ความหมายของความเป็นเวลาเดียวกันตามแนวคิดของไอน์สไตน์ กล่าวคือเหตุการณ์สองเหตุการณ์ซึ่งอยู่ในกรอบอ้างอิงใดๆ ที่จุด $A(x_1, t_1)$ และ $B(x_2, t_2)$ เป็นเวลาเดียวกัน ถ้าสัญญาณแสงที่ปล่อยออกมาพร้อมๆกันจากจุดกึ่งกลางทางเรขาคณิต ระหว่าง x_1และ x_2มาถึง x_1ที่เวลา t_1และถึง x_2ที่เวลา t_2 ดังนั้นในทางทฤษฎีสัมพัทภาพของไอน์สไตน์ ความเป็นเวลาเดียวกันไม่มีความหมายสัมบูรณ์เพราะโคออร์ดิเนต t และ t' นอกจากจะไม่เท่ากันแล้วยังขึ้นกับระบบพิกัน x และ x' กำหนดโดยการแปลงแบบลอเรนตซ์ ซึ่งกำลังจะกล่าวดังต่อไปนี้

5.7 สมการการแปลงแบบลอเรนซ์ (Lorentz transformation equations)

พิจารณากรอบอ้างอิงเฉื่อย S ที่อยู่นิ่ง และกรอบอ้างอิงเฉื่อย S' ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ **v** ตามแกน xx' ดังแสดงในภาพที่ 5.4



ภาพที่ 5.5 โคออร์ดิเนตของจุด P วัดจากระบบอินเนอร์เชียล S และ S′

มีผู้สังเกต **2** คน ผู้สังเกตคนแรกอยู่นิ่งเทียบกับกรอบ S และผู้สังเกตอีกคนอยู่นิ่งเทียบกับกรอบ S′ ที่กำลังเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว v ดังภาพที่ 5.4 ผู้สังเกตใน S รายงานชุดเหตุการณ์ในพิกัด (x,y,z,t) และผู้สังเกตในกรอบ S′ รายงานเหตุการณ์ชุดเดียวกันในระบบพิกัด (x', y', z', t') สมการ (5-1) ทำนายว่า ระยะห่างสองเหตุการณ์ในกรอบที่เหตุการณ์เหล่านี้เกิดขึ้นไม่ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่ของผู้สังเกตนั้น แต่เนื่องจากคำกล่าวนี้ขัดกับหลักของการหดสั้นของความยาว จึงได้มีการเสนอสมการการแปลงที่ถูกต้องที่ใช้ในทุกย่านอัตราเร็วในช่วง $0 < v < c$ สมการที่ใช้ได้กับทุกอัตราเร็ว และทำให้เราสามารถแปลงโคออดิเนตจาก S เป็น S′ คือ สมการการแปลงแบบลอเรนตซ์

ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย เฮนดริก เอ ลอเรนตซ์ (Hendrik A. Lorentz) ในปี ค.ศ. 1890 ในเรื่องเกี่ยวกับแม่เหล็กไฟฟ้า จากนั้นไอน์สไตน์เป็นผู้เห็นถึงความสำคัญทางกายภาพ ทำให้เขากล้าที่จะแปลความหมายของสมการเหล่านี้ภายใต้กรอบงานของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right) \end{aligned} \tag{5-7}$$

สำหรับการแปลงโคออร์ดิเนตที่กลับกัน จากกรอบอ้างอิง S′ ไปยังกรอบอ้างอิง S สามารถหาได้โดยการแทน v ด้วย -v และเปลี่ยนโคออร์ดิเนตไพรม์ และอันไพรม์ กล่าวคือ

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt') \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\left(t' + \frac{v}{c}x'\right) \end{aligned} \tag{5-8}$$

เมื่อ $v/c \ll 1$ และ $v/c^2 \ll 1$ สมการการแปลงแบบลอเรนตซ์จะลดรูปเป็นสมการแบบกาลิเลียน ดังนั้นเราสรุปได้ว่า เมื่อความเร็วเข้าใกล้ศูนย์ การแปลงแบบลอเรนตซ์ จะเท่ากับการแปลงแบบกาลิเลียน การแปลงแบบลอเรนตซ์ยังให้ขีดจำกัดแก่ค่าสูงสุดของความเร็วด้วย กล่าวคือ ความเร็ว v ต้องน้อยกว่า c ถ้า v มากกว่า c เมื่อใดปริมาณ $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ จะเป็นปริมาณจินตภาพ ทำให้โคออร์ดิเนตอวกาศและเวลาเป็นจินตภาพด้วย ในทางฟิสิกส์จึงเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นในสุญญากาศจะไม่มีสิ่งใดเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่มากกว่าความเร็วแสงนั่นเอง

ตัวอย่างที่ 5.4 นักบินอวกาศคนหนึ่งเดินทางไปยังดาวเคราะห์ที่อยู่ไกลโพ้นจากโลก 8 ปีแสง นักบินอวกาศคนนี้วัดเวลาของการเดินทางเที่ยวเดียวได้เป็น 6 ปี ถ้ายานอวกาศเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ 0.8 เท่าของอัตราเร็วของแสง จงหาความยาวที่หดที่วัดได้โดยนักบิน

วิธีทำ ระยะทาง 8 ปีแสงจะแสดงถึงความยาวที่ควรจะเป็นจากโลกถึงดาวเคราะห์ที่วัดโดยผู้สังเกตบนโลกที่เห็นว่าดาวทั้งสองเกือบจะหยุดนิ่ง

หาความยาวที่หดที่วัดโดยนักบินได้คือ

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 8\sqrt{1-\frac{(0.8c)^2}{c^2}} = 5 \text{ ปี}$$

<u>คำตอบ</u> ความยาวที่หดวัดได้โดยนักบินเท่ากับ **5** ปี

5.7.1 การแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์

ถ้ากรอบอ้างอิงอินเนอร์เชียล S และ S' เคลื่อนที่สัมพัทธ์กันด้วยความเร็ว v ไปตามแกน XX' พิจารณาอนุภาคที่จุด P กำลังเคลื่อนที่ในอวกาศด้วยความเร็ว $\vec{u}\,(u_x, u_y, u_z)$ ซึ่งวัดโดยผู้สังเกตในกรอบ S และด้วยความเร็ว $\overrightarrow{u'}\,(u'_x, u'_y, u'_z)$ ที่วัดโดยผู้สังเกตในกรอบ S' จุดประสงค์คือเพื่อจะหาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'},\ u'_y = \frac{dy'}{dt'},\quad u'_z = \frac{dz'}{dt'} \tag{5-10}$$

ดิฟเฟอเรนชิเอต สมการ (5-10) ได้

$$dx' = \gamma(dx - vdt),\ \ dy' = dy,\ \ dz' = dz$$

$$dt' = \gamma\left(dt - \frac{v}{c^2}dx\right)$$

ดังนั้น

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma(dx-vdt)}{\gamma[dt-(vdx/c^2)]}$$

$$= \frac{(dx/dt) - v}{1-(v/c^2)(dx/dt)}$$

หรือ

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1-(vu_x/c^2)} \tag{5-11}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma[1-(vu_x/c^2)]}$$

และ $$u'_z = \frac{u_z}{\gamma[1-(vu_x/c^2)]}$$

สมการข้างต้นเหล่านี้เรียกว่า สมการการแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์ และสามารถหาการแปลงความเร็วที่กลับกันได้ กล่าวคือ u_x, u_y, u_z ในเทอมของ u'_x, u'_y, u'_z โดยการแทน v ด้วย -v และสลับข้างของสมการ (5.11) เพื่อหา u_x, u_y, u_z จะได้

$$u_x = \frac{u'_x+v}{1+(vu'_x/c^2)}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma[1+(vu'_x/c^2)]} \qquad (5\text{-}12)$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma[1+(vu'_x/c^2)]}$$

ตัวอย่างที่ 5.5 ความเร็วสัมพัทธ์ของยานอวกาศสองลำที่ 1 และ 2 กำลังเคลื่อนที่ทิศตรงกันข้าม ผู้สังเกตคนหนึ่งบนโลกวัดอัตราเร็วของยานอวกาศลำที่ 1 ได้เป็น 0.75c และวัดอัตราเร็วของยานอวกาศลำที่ 2 ได้เป็น 0.85c จงหาความเร็วของยานอวกาศลำที่ 2 ที่สังเกตโดยลูกเรือบนยานอวกาศลำที่ 1

วิธีทำ ผู้สังเกตบนโลกอยู่นิ่งในกรอบ S ทำการวัดสองค่าในยานอวกาศแต่ละลำ ถ้าต้องการหาความเร็วของยานอวกาศลำที่ 2 ที่วัดโดยลูกเรือบนยานลำที่ 1 ดังนั้น $u_x = -0.85c$ ความเร็วของยานอวกาศ A ยังเป็นความเร็วของผู้สังเกตที่อยู่นิ่งในยานอวกาศลำที่ 1 ที่สัมพัทธ์กับผู้สังเกตที่หยุดนิ่งบนโลก ดังนั้น $v = 0.75c$

ทำให้เราได้ว่า
$$\begin{aligned} u'_x &= \frac{u_x - v}{1-\frac{u_x v}{c^2}} \\ &= \frac{-0.85c-0.75c}{1-\frac{(-0.85c)(0.75c)}{c^2}} \\ &= -0.977c \end{aligned}$$

<u>คำตอบ</u> ดังนั้นยานอวกาศลำที่ 2 กำลังเคลื่อนที่ในทิศทาง –**x** ที่ถูกสังเกตโดยลูกเรือบนยานอวกาศลำที่ 1 จะสังเกตว่าอัตราเร็วนั้นน้อยกว่าอัตราเร็วของแสง กล่าวคือ วัตถุซึ่งอัตราเร็วน้อยกว่าแสงใน

กรอบอ้างอิงหนึ่งจะต้องมีอัตราเร็วน้อยกว่าอัตราเร็วของแสงในกรอบอื่นๆ สมการการแปลงแบบกาลิเลียนใช้ไม่ได้ในสถานการณ์เชิงสัมพัทธ์

5.8 โมเมนตัมในทฤษฎีสัมพัทธภาพ

กฎทางฟิสิกส์ต่างๆ จะยังคงเหมือนเดิมภายใต้การแปลงแบบลอเรนตซ์ เมื่อพิจารณาโมเมนตัมเชิงเส้นและพลังงาน เพื่อให้คล้อยตามสมการการแปลงของลอเรนตซ์และหลักการสัมพัทธภาพ โดยที่นิยามในรูปทั่วไปเหล่านี้จะต้องลดรูปมาสู่นิยามในรูปดั้งเดิม เมื่ออัตราเร็วของวัตถุน้อยกว่าอัตราเร็วของแสงมากๆ สมมติเราสังเกตการชนของอนุภาคสองอนุภาคในกรอบอ้างอิง **S** และยืนยันว่าโมเมนตัมของระบบเป็นแบบอนุรักษ์ ต่อมาจินาตนาการว่าโมเมนตัมของอนุภาคที่วัดโดยผู้สังเกตคนหนึ่งในกรอบอ้างอิงที่สอง **S'** กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ สัมพัทธ์กับกรอบแรก ใช้สมการการแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์ และนิยามดั้งเดิมของโมเมนตัมเชิงเส้น $\vec{p} = m\vec{u}$ เมื่อ $\vec{u}$ คือความเร็วของอนุภาค **m** คือมวลของอนุภาค พบว่าโมเมนตัมเชิงเส้นของระบบนั้นไม่อาจวัดได้ว่ามีสมบัติอนุรักษ์ แต่เนื่องจากกฎทางฟิสิกส์นั้นเหมือนเดิมในทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย ดังนั้นโมเมนตัมเชิงเส้นของระบบจะมีคุณสมบัติอนุรักษ์ในทุกๆ กรอบจึงต้องปรับนิยามของโมเมนตัมเชิงเส้นเพื่อทำให้โมเมนตัมของระบบโดดเดี่ยวมีคุณสมบัติอนุรักษ์สำหรับผู้สังเกตทุกคน ดังนั้นสมการเชิงสัมพัทธ์ของโมเมนตัมเชิงเส้น คือ

$$\vec{p} \equiv \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma m\vec{u} \qquad (5\text{-}13)$$

เมื่อ u มีค่าน้อยกว่า c มากๆ γ จะมีค่าเข้าใกล้หนึ่ง และโมเมนตัมจะมีค่าเข้าใกล้ $m\vec{u}$ ดังนั้นสมการเชิงสัมพัทธ์สำหรับโมเมนตัมจะลดรูปเป็นสมการในรูปดั้งเดิมเมื่อความเร็วของอนุภาคมีค่าน้อยกว่า c มาก ๆ

ตัวอย่างที่ 5.6 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.75c จงหาขนาดของโมเมนตัมเชิงสัมพัทธ์ของอิเล็กตรอนตัวนี้ (มวลของอิเล็กตรอนเท่ากับ 9.11×10^{-31}kg)

วิธีทำ จากสมการ

$$\vec{p} = \frac{m\vec{u}}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{(9.11\times10^{-31}\text{kg})(0.75)(3\times10^{8}\text{m/s})}{\sqrt{1-\frac{(0.75c)^2}{c^2}}}$$

$$= 3.1\times10^{-22}\text{kg.m/s}$$

<u>คำตอบ</u> ขนาดของโมเมนตัมเชิงสัมพัทธ์เท่ากับ 3.1×10^{-22} กิโลกรัม.เมตรต่อวินาที

5.9 แรงและพลังงานในทฤษฎีสัมพัทธภาพ

แรงและพลังงานที่จะกล่าวต่อไปนี้ เป็นแรงที่กระทำต่ออนุภาคเดี่ยว และพลังงานของอนุภาคเดี่ยว จากกลศาสตร์แบบดั้งเดิม กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน คือ

$$\vec{F} = \frac{d(\vec{p})}{dt}$$

แทนขนาดของโมเมนตัม $p = mu = \frac{m_0u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ และจากนิยามของพลังงานจลน์ในกลศาสตร์แบบดั้งเดิม และให้การเคลื่อนที่อยู่ในแนวแกน x เขียนได้ว่า

$$E_k = \int\vec{F}\cdot d\vec{l} = \int\vec{F}\cdot d\vec{x} = \int\frac{d(mu)}{dt}dx = \int(mdu+udm)u = \int(mudu+u^2dm)$$

จากสมการของมวลสัมพัทธ์ $m = \frac{m_0\,u}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ เราสามารถเขียนได้ว่า

$$m^2c^2 - m^2u^2 = m_0^2c^2$$

โดยการหาอนุพันธ์สมการข้างต้นนี้ และหารตลอดด้วย 2m จะได้

$$mudu + u^2dm = c^2dm$$

ดังนั้น เขียนใหม่ได้เป็น

$$E_k = \int c^2dm = c^2\int dm = mc^2 - m_0c^2$$

โดยสมการมวลสัมพัทธ์ จะได้ว่า

$$E_k = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - 1\right] = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma-1)mc^2 \tag{5-14}$$

ให้ $mc^2 = E_R$ ซึ่งไม่ขึ้นกับอัตราเร็วของอนุภาค เรียกว่า พลังงานหยุดนิ่ง ซึ่งแสดงว่ามวลอยู่ในรูปของพลังงาน เทอม γmc^2 ในสมการ (5.14) ที่ขึ้นอยู่กับอัตราเร็วของอนุภาคนั้น เป็นผลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานหยุดนิ่ง ซึ่งเรียกว่า พลังงานสุทธิ

$$E = mc^2 + E_k$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma mc^2 \qquad (5\text{-}15)$$

ค่าพลังงานสุทธิ E มีความสัมพันธ์กับค่าโมเมนตัมเชิงเส้นสัมพัทธ์ p ซึ่งสามารถหาได้จาก $E = \gamma mc^2$ และ $p = \gamma mu$ ถ้ายกกำลังสองสมการนี้ และนำมาลบกัน สามารถกำจัดตัวแปร u จะได้

$$E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2 \qquad (5\text{-}16)$$

เมื่ออนุภาคนั้นอยู่นิ่ง $p = 0$ ดังนั้น

$$E = E_R = mc^2$$

สุดท้ายเนื่องจากมวล m ของอนุภาคไม่ขึ้นกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้น ค่า m จะต้องมีค่าคงที่เท่าเดิมในทุกกรอบอ้างอิง ด้วยเหตุผลนี้ m จึงมักถูกเรียกว่า มวลที่ไม่เปลี่ยนแปลง หรืออีกนัยหนึ่ง เนื่องจากทั้งพลังงานสุทธิและโมเมนตัมเชิงเส้นของอนุภาคหนึ่งขึ้นอยู่กับค่าความเร็ว ปริมาณเหล่านี้จึงขึ้นอยู่กับกรอบอ้างอิงที่ปริมาณเหล่านี้ถูกวัด เมื่อต้องจัดการกับอนุภาคในระดับย่อยของอะตอม เป็นการสะดวกกว่าที่จะแสดงพลังงานของมันในหน่วยอิเล็กตรอนโวลต์ เนื่องจากอนุภาคต่างๆ มีพลังงานอันเกิดจากการถูกเร่งผ่านความต่างศักย์ค่าหนึ่ง แฟกเตอร์ของการแปลงหน่วยพลังงาน คือ 1 eV เท่ากับ 1.602×10^{-19} J

ตัวอย่างที่ 5.7 จงหาพลังงานหยุดนิ่งของโฟตอนในหน่วยของอิเล็กตรอนโวลต์ และโมเมนตัมของโฟตอน

วิธีทำ
$$E_R = m_pc^2 = (1.6726\times 10^{-27}\text{kg})(2.998\times 10^8\text{m/s})^2$$

$$= (1.504\times 10^{-10}\text{J})\left(\frac{1\text{eV}}{1.602\times 10^{-19}\text{J}}\right)$$

$$= 938\ \text{MeV}$$

ถ้าพลังงานสุทธิของโฟตอนตัวหนึ่งเป็นสามเท่าของพลังงานหยุดนิ่ง อัตราเร็วของโฟตอนตัวนั้นจะมีค่าเท่าใด
$$E = 3mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \rightarrow 3 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

แก้สมการหา u $$1-\frac{u^2}{c^2} = \frac{1}{9} \rightarrow \frac{u^2}{c^2} = \frac{8}{9}$$

$$u = \frac{\sqrt{8}}{3}c = 0.943c$$

$$= 2.83 \times 10^8 \mathrm{m/s}$$

โมเมนตัมของโฟตอนเป็นเท่าใด

$$E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2 = (3mc^2)^2$$

$$p^2c^2 = 9(mc^2)^2 - (mc^2)^2 = 8(mc^2)^2$$

$$p = \sqrt{8}\frac{mc^2}{c} = \sqrt{8}\frac{938\ \mathrm{MeV}}{c}$$

$$= 8.8\ \mathrm{eV}$$

คำตอบ โฟตอนมีพลังงานหยุดนิ่ง 938 เมกะอิเล็กตรอนโวลต์ และโมเมนตัม 8.8 อิเล็กตรอนโวลต์

5.10 ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป

จากที่แรงดึงดูดโน้มถ่วงซึ่งกันและกันระหว่างมวลสองมวล และความต้านทานของมวลที่กำลังถูกเร่งด้วย คำถามนี้ที่ทำให้นิวตันและนักฟิสิกส์คนอื่นๆ งงงวยมาเป็นเวลานานหลายปีได้ถูกเฉลยโดยไอน์สไตน์ในปี ค.ศ. 1916 เมื่อเขาได้ตีพิมพ์ทฤษฎีความโน้มถ่วงของเขา ที่มีความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ เรียกว่า ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป ไอน์สไตน์ได้เสนอว่าไม่มีการทดลองเชิงกลหรือการทดลองวิธีอื่นๆ ที่จะใช้จำนวนความแตกต่างระหว่างสถานการณ์ทั้งสองนี้ไดด้ การขยายความนี้รวมถึงปรากฏการณ์ทั้งหมด เช่น สมมติว่ามีพัลส์แสงถูกส่งออกไปในแนวราบช้ามไปอีกฝั่งหนึ่งของลิฟต์ ซึ่งลิฟต์ตัวนั้นถูกเร่งในทิศขึ้นในอวกาศอันว่างเปล่า จากมุมมองของผู้สังเกตคนหนึ่งในกรอบอ้างอิงเฉื่อยที่อยู่นอกลิฟต์ตัวนั้น แสงจะเดินทางเป็นเส้นตรงในขณะที่พื้นของลิฟต์ตัวนั้นเร่งในทิศขึ้น สำหรับผู้สังเกตที่อยู่ในลิฟต์ เส้นวิถีของพลัส์แสงจะโค้งลง เนื่องจากพื้นลิฟต์ และผู้สังเกตถูกเร่งในทิศขึ้น ดังนั้น จากความเท่าเทียบมกันของไอน์สไตน์ เสนอว่าลำแสงก็ควรถูกทำให้โค้งลงด้วยอิทธิพลของสนามโน้มถ่วง ซึ่งต่อมาได้มีการทำการทดลองหลายครั้งเพื่อพิสูจน์ปรากฏการณ์นี้ แม้ว่าการโค้งจะมีค่าน้อย ลำเลเซอร์ที่มุ่งชี้ไปในแนวราบจะตกลงน้อยกว่า 1

เซนติเมตร หลังจากเดินทางไปเป็นระยะ 6000 กิโลเมตร ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปของไอนสไตน์สองสมมติฐาน คือ

1. กฎในธรรมชาติทุกกฎมีรูปแบบเดียวกันสำหรับผู้สังเกตทุกคนในกรอบอ้างอิงใดๆ ไม่ว่ากรอบนั้นจะถูกเร่งหรือไม่
2. ในบริเวณใกล้เคียงของจุดใดๆ สนามโน้มถ่วงจะเท่าเทียมกับกรอบอ้างอิงที่ถูกเร่งในอวกาศที่ปราศจากแรงโน้มถ่วง

ปรากฏการณ์หนึ่งที่น่าสนใจที่ทำนายได้โดยทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปก็คือ เวลาถูกเปลี่ยนแปลงด้วยความโน้มถ่วง นาฬิกาเรือนที่อยู่ในสภาวะที่มีความโน้มถ่วงจะเดินช้ากว่านาฬิกาเรือนที่อยู่ในบริเวณที่ความโน้มถ่วงน้อยมาก เป็นผลให้ความถี่ของการแผ่รังสีที่ถูกปลดปล่อยโดยอะตอมในบริเวณที่มีสนามโน้มถ่วงสูงเกิดปรากฏการณ์ เลื่อนเข้าใกล้สีแดง เข้าสู่ความถี่ค่าต่ำกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการปลดปล่อยแบบเดียวกันในบริเวณที่สนามโน้มถ่วงมีแรงอ่อนๆ การเลื่อนเข้าหาสีแดงโดยความโน้มถ่วงนี้ถูกตรวจพบในเส้นสเปกตรัมที่ถูกปลดปล่อยโดยอะตอมในดาวฤกษ์ที่มีมวลมาก การทดสอบปรากฏการณ์นี้ได้รับการพิสูจน์บนโลกโดยการเปรียบเทียบความถี่ของรังสีแกมมาที่ถูกปลดปล่อยจากนิวเคลียสที่อยู่ห่างกันในแนวตั้งเป็นระยะ 20 เมตร

ข้อสมมติฐานที่สอง ไอน์สไตน์ได้พัฒนาวิธีการเพื่อใช้อธิบายความเร่งที่จะทำให้สนามโน้มถ่วงหายไป โดยกำหนดแนวคิดเกี่ยวกับ ความโค้งของปริภูมิ-เวลา เพื่อใช้อธิบายปรากฏการณ์ความโน้มถ่วงที่ทุก ๆ จุด ในความเป็นจริงความโค้งของปริภูมิ-เวลา สามารถแทนที่ทฤษฎีความโน้มถ่วงของนิวตันได้อย่างสมบูรณ์ ตามความคิดของไอน์สไตน์ สาเหตุของมวลจะเป็นตัวทำให้เกิดความโค้งของปริภูมิ-เวลา ในบริเวณใกล้เคียงกับมวลนั้น และความโค้งจะเป็นตัวควบคุมเส้นทางของปริภูมิ-เวลาที่ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่อย่างอิสระทั้งหมดจะต้องเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางนี้

ตัวอย่างปรากฏการณ์ความโค้งของปริภูมิ-เวลา ลองพิจารณานักเดินทางสองคนเคลื่อนที่บนเส้นทางที่ขนานกัน โดยอยู่ห่างจากกัน **2-3** เมตร บนพื้นโลก และเคลื่อนที่มุ่งไปทางทิศเหนือในแนวเส้นลองติจูดทั้งสอง ขณะที่พวกเขาสังเกตซึ่งกันและกัน เมื่ออยู่ใกล้เส้นศูนย์สูตร พวกเขาอ้างว่าเส้นทางของพวกเขานั้นขนานกันจริง ๆ แต่เมื่อพวกเขาเข้าใกล้ขั้วโลกเหนือ พวกเขาสังเกตว่าพวกเขากำลังเคลื่อนที่เข้าใกล้กันมากขึ้นและบรรจบกันที่ตำแหน่งขั้วโลกเหนือ พวกเขาสังเกตว่าพวกเขากำลังเคลื่อนที่เข้าใกล้กันมากขึ้น และบรรจบกันที่ตำแหน่งขั้วโลกเหนือ ด้วยเหตุนี้พวกเขา

จึงยืนยันว่าได้เคลื่อนที่ในเส้นทางที่ขนานกันจริง แต่กลับเคลื่อนที่เข้าหากัน คล้ายว่ามีแรงดึงดูดระหว่างพวกเขา จึงสามารถสร้างข้อสรุปจากเหตุการณ์นี้ได้ว่า พวกเขากำลังเดินอยู่บนพื้นผิวที่มีความโค้ง และเป็นแบบเรขาคณิตมากกว่าที่จะเป็นแรงดึงดูดที่เป็นสาเหตุให้พวกเขาเคลื่อนตัวเข้าหากัน ในทำนองเดียวกันสัมพัทธภาพทั่วไปที่ได้ทำนายว่า เมื่อลำแสงหนึ่งที่เคลื่อนที่ผ่านใกล้ดวงอาทิตย์ควรจะถูกเบี่ยงเบนในปริภูมิ-เวลาที่โค้งงอ ซึ่งเกิดจากมวลของดวงอาทิตย์ และได้รับการยืนยันเมื่อนักดาราศาสตร์ตรวจพบการโค้งของแสงจากดาวฤกษ์ใกล้กับดวงอาทิตย์ในช่วงสุริยุปราคาเต็มดวงในช่วงหลังสงครามโลกครั้งที่ 1 ทำให้ไอน์สไตน์เป็นที่รู้จักอย่างกว้างขวาง

5.11 บทสรุป

สมมติฐานพื้นฐานสองข้อของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษมีดังต่อไปนี้ ข้อแรกกฎของฟิสิกส์ทั้งหลายจะต้องเหมือนกันในทุกๆ กรอบอ้างอิงเฉื่อย ข้อสองอัตราเร็วของแสงในสุญญากาศมีค่าเหมือนกันคือ อัตราเร็วแสงเท่ากับ 3×10^8 m/s ในทุกกรอบอ้างอิงเฉื่อย ไม่ว่าค่าความเร็วของผู้สังเกตหรือค่าความเร็วของแหล่งกำเนิดที่ปลดปล่อยแสงจะเป็นเท่าใด ผลของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษมีดังต่อไปนี้ เหตุการณ์ที่ถูกวัดว่าเกิดขึ้นพร้อมกันสำหรับผู้สังเกตคนหนึ่ง ไม่จำเป็นที่จะถูกวัดว่าเกิดขึ้นพร้อมกันสำหรับผู้สังเกตอีกคนหนึ่งซึ่งกำลังเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับผู้สังเกตคนแรก นาฬิกาที่อยู่ในสภาวะเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับผู้สังเกตคนหนึ่งจะถูกวัดว่าเดินช้ากว่าปกติ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า การยืดของเวลา ความยาวของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่จะถูกวัดว่าสั้นลง เมื่ออยู่ในทิศทางของการเคลื่อนที่นั้น ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า การหดของความยาว เพื่อให้สอดคล้องกับสมมติฐานของสัมพัทธภาพพิเศษ สมการการแปลงแบบกาลิเลียนต้องถูกแทนที่ด้วย สมการแปลงแบบลอเรนตซ์ นิยามของโมเมนตัมเชิงเส้นได้ถูกขยายให้อยู่ในรูปทั่วไป เพื่อให้สอดคล้องกับสมมติฐานของไอน์สไตน์ ทำให้นิยามของพลังงานจลน์มีการเปลี่ยนแปลงไป ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป ของไอลน์สไตน์ ประกอบไปด้วยสมมติฐาน ได้แก่ กฎในธรรมชาติทุกกฎมีรูปแบบเดียวกัน สำหรับผู้สังเกตทุกคนในกรอบอ้างอิงใดๆ ไม่ว่ากรอบนั้นจะถูกเร่งหรือไม่ และอีกำฎหนึ่งคือ ในบริเวณใกล้เคียงของจุดใดๆ สนามโน้มถ่วงจะเท่าเทียมกับกอรบอ้างอิงที่ถูกเร่งในอวกาศที่ปรากจากแรงโน้มถ่วง หลักการของความเท่าเทียม

แบบฝึกหัด

1. แฝดคู่หนึ่งมีอายุ 25 ปี โดยแฝดคนแรกออกเดินทางไปในอวกาศด้วยอัตราเร็วคงที่ ในขณะอยู่ในยานอวกาศจับเวลาด้วยนาฬิกาที่เที่ยงตรงมาก เมื่อเขากลับมายังโลก เขาบอกว่าเขาอายุ 31 ปี ในขณะที่ฝาแฝดคนที่อยู่บนโลกบอกว่าตัวเขามีอายุ 43 ปี จงหาอัตราเร็วของยานอวกาศ [คำตอบ 0.943c]
2. ไวรัสชนิดหนึ่งแบ่งตัวในถาดเพาะเชื้อที่อยู่บนพื้นโลกได้ทุกๆ 10 วินาที หากนำเชื้อไวรัสนี้เดินทางจากโลกไปดวงอาทิตย์ ซึ่งห่างออกไป 1.5×10^{11} เมตร ด้วยยานอวกาศซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.85c ขณะที่ยานอวกาศชนดวงอาทิตย์มีเชื้อไวรัสแบ่งตัวได้กี่เท่าไหร่ในยานอวกาศ [คำตอบ 2.1×10^{9} ตัว]
3. นักบินอวกาศในยานอวกาศถือไม้เมตรอันหนึ่งไว้ขณะที่ยานอวกาศแล่นผ่านโลกด้วยอัตราเร็ว **v** ขนานกับผิวโลก บุคคลในยานจะสังเกตเห็นอะไรในขณะที่ไม้เมตรถูกหมุนจากแนวขนานไปให้ตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของยาน [คำตอบ $\sqrt{1-(v/c)^2}$ เมตร]
4. ยานอวกาศกำลังเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 0.95c จากโลกไปยังดาวเคราะห์ดวงหนึ่งซึ่งอยู่ห่างออกไป 4.5 ปีแสง การเดินทางนี้จะใช้เวลาเท่าไร ตาม (ก) นาฬิกาบนโลก (ข) นาฬิกาบนยานอวกาศ (ค) สำหรับคนบนยานอวกาศ [คำตอบ (ก) 1.5×10^{8} วินาที (ข) 4.7×10^{7} วินาที (ค) 1.3×10^{16} วินาที]
5. อนุภาคหนึ่งมีมวล m ขณะที่กำลังวิ่งด้วยความเร็ว v ดังนั้นอนุภาคนี้จึงมีพลังงานทั้งหมดเท่ากับ mc^2 สมมติว่าพลังงานนี้ มีค่าเป็น 5 เท่าของพลังงานของโฟตอนตัวหนึ่งที่มีโมเมนตัมเท่ากับโมเมนตัมของอนุภาคนี้พอดี อยากทราบว่าอัตราส่วนมีค่าเท่าไร [คำตอบ 1/5]
6. จงคำนวณหามวลของอิเล็กตรอนที่เดินทางเร็วเท่ากับครึ่งหนึ่งของอัตราเร็วของแสง มวลนิ่งของอิเล็กตรอนเท่ากับ 9.11×10^{-31} กิโลกรัม [คำตอบ 2.96 เท่าของมวลที่หยุดนิ่ง]
7. จงหาพลังงานจลน์ที่ต้องใช้ทำให้อิเล็กตรอนมีอัตราเร็ว 0.9 เท่าของอัตราเร็วของแสงโดยเริ่มต้นจากเดิมอยู่นิ่ง [คำตอบ 5.2×10^{3} เมกะอิเล็กตรอนโวลต์]
8. กรอบอ้างอิงเฉื่อยสองกรอบเคลื่อนที่ออกจากกันด้วยอัตราเร็วคงที่ 0.6 เท่าของอัตราเร็วแสง ถ้าในกรอบหนึ่งมีนักวิ่งวิ่งในทิศตั้งฉากกับแกนที่ทั้งสองระบบเคลื่อนที่สัมพัทธ์กันซึ่งได้ระยะทาง 200 เมตร ในเวลา 20 วินาที [คำตอบ **25** วินาที]

เอกสารสารอ้างอิง

ก่องกัญจน์ ภัทรากาญจน์ และธนกาญจน์ ภัทรากาญจน์. (2554). ฟิสิกส์ 2 ตัวอย่างและโจทย์ พร้อมคำเฉลย. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เชิญโชค ศรขวัญ และคณะ. (2546). ฟิสิกส์ทั่วไป 2 General Physics II 2nd ed. กรุงเทพมหานาคร : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.

ปิยพงษ์ สิทธิคง. (2553). ฟิสิกส์ระดับอุดมศึกษา เล่ม 3. กรุงเทพมหานคร: วิรัตน์ เอ็ดดูเคชั่น จำกัด

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์. (2535). ฟิสิกส์ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Halpern, A. (2011). Schaum’s outlines 3,000 Solved Problems in Physics. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.

Halliday, R. and Jearl, W. (2011). Principles of Physics 9th ed. California: John Wiley & Sons, Inc.

Serway, R.A., Moses, C.J., & Moyer, C.A. (2005). Modern Physics 3rd ed. California: Brooks/Cole-Thomson Learning.

Serway, R. A., and Jewett, J. W. (2014). Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics 9th ed. Belmont: Brooks/Cole-Thomson Learning.

Serway, R.A., Vuille, C., and Hughes, J. (2015). College Physics 10th ed. Stamford: Cengage Learning.

Thornton, T.S., and Rex, A. (2013). Modern Physics for Scientists and Engineers 4th ed. Boston: Brooks/Cole- Cengage Learning.

Young, H.D., and Freedman, R.A. (2016). Sear’s & Zemansky’s University Physics with Modern Physics 14th ed. Essex: Pearson Education Limited.